Derivatele funcţiilor elementare

1. $c^{'} = 0$
2. $x^{'} = 1$
3. $(x^n)^{'} = nx^{n-1}\ ,\ n \in \mathbb{N}$
4. $(x^a)^{'} = ax^{a-1}\ ,\ a \in \mathbb{R}_+$
5. $(\sqrt{x})^{'} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ (obţinută în particular pentru $a = 1/2$)
6. $\left(\dfrac{1}{x}\right)^{'} = \dfrac{-1}{x^2}$ (obţinută în particular pentru $a = -1$)
7. $(a^x)^{'} = a^x \ln a\ ,\ a \in \mathbb{R}_+,\ a \neq 1$
8. $(e^x)^{'} = e^x$ (obţinută în particular pentru $a = e$)
9. $(\ln x)^{'} = \dfrac{1}{x}$
10. $(\sin x)^{'} = \cos x$
11. $(\cos x)^{'} = -\sin x$
12. $(\operatorname{tg} x)^{'} = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
13. $(\operatorname{ctg} x)^{'} = \dfrac{-1}{\sin^2 x}$
14. $(\arcsin x)^{'} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
15. $(\arccos x)^{'} = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
16. $(\operatorname{arctg} x)^{'} = \dfrac{1}{1+x^2}$
17. $(\operatorname{arcctg} x)^{'} = \dfrac{-1}{1+x^2}$
18. $(\operatorname{sh} x)^{'} = \operatorname{ch} x$, unde $\operatorname{sh} x \stackrel{def}{=} \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ este sinusul hiperbolic
19. $(\operatorname{ch} x)^{'} = \operatorname{sh} x$ unde $\operatorname{ch} x \stackrel{def}{=} \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ este cosinusul hiperbolic

Lucian Maticiuc

Derivatele funcţiilor compuse

1. $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'\ ,\ n \in \mathbb{N}$
2. $(u^a)' = au^{a-1} \cdot u'\ ,\ a \in \mathbb{R}_+$
3. $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$ (obţinută în particular pentru $a = 1/2$)
4. $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-1}{u^2} \cdot u'$ (obţinută în particular pentru $a = -1$)
5. $(a^u)' = a^u \ln a \ \cdot u'\ ,\ a \in \mathbb{R}_+,\ a \neq 1$
6. $(e^u)' = e^u \ \cdot u'$ (obţinută în particular pentru $a = e$)
7. $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$
8. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$
9. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$
10. $(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$
11. $(\operatorname{ctg} u)' = \frac{-1}{\sin^2 u} \cdot u'$
12. $(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
13. $(\arccos u)' = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
14. $(\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$
15. $(\operatorname{arcctg} u)' = \frac{-1}{1+u^2} \cdot u'$
16. $(\operatorname{sh} u)' = \left(\frac{e^u - e^{-u}}{2}\right)' = \operatorname{ch} u \cdot u'$
17. $(\operatorname{ch} u)' = \left(\frac{e^u + e^{-u}}{2}\right)' = \operatorname{sh} u \cdot u'$

Operaţii cu funcţii derivabile

1. $(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$
2. $(C \cdot f)'(x) = C \cdot f'(x)$
3. $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
4. $\left(\frac{1}{g}\right)'(x) = \frac{-1}{g^2(x)} g'(x)$
5. $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$

Lucian Maticiuc

Integrale nedefinite

1. $\int dx = x + \mathcal{C}$
2. $\int x^{\alpha} dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + \mathcal{C}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq -1$
3. $\int \dfrac{1}{x} dx = \ln|x| + \mathcal{C}$
4. $\int \dfrac{1}{x^2+a^2} dx = \dfrac{1}{a} \operatorname{arctg} \dfrac{x}{a} + \mathcal{C}$, $a \neq 0$
5. $\int \dfrac{1}{x^2-a^2} dx = \dfrac{1}{2a} \ln\left|\dfrac{x-a}{x+a}\right| + \mathcal{C}$, $a \neq 0$
6. $\int \dfrac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + \mathcal{C}$, $a \neq 0$
7. $\int \dfrac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \dfrac{x}{a} + \mathcal{C}$, $a > 0$
8. $\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + \mathcal{C}$, $a > 0,\ a \neq 1$, $\int e^x dx = e^x + \mathcal{C}$
9. $\int \sin x dx = -\cos x + \mathcal{C}$
10. $\int \cos x dx = \sin x + \mathcal{C}$
11. $\int \dfrac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + \mathcal{C}$
12. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + \mathcal{C}$
13. $\int \dfrac{1}{\sin x} dx = \ln\left|\operatorname{tg} \dfrac{x}{2}\right| + \mathcal{C}$
14. $\int \dfrac{1}{\cos x} dx = \ln\left|\operatorname{tg}\left(\dfrac{x}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)\right| + \mathcal{C}$
15. $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x| + \mathcal{C}$
16. $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln|\sin x| + \mathcal{C}$

Metode de calcul

1. Formula de **integrare prin părţi** pentru integrala definită

$$\int_a^b f(x)\, g'(x)\, dx = \left[f(x)\, g(x)\right]\Big|_a^b - \int_a^b f'(x)\, g(x)\, dx.$$

2. Prima **metodă de schimbare de variabilă** pentru integrala definită: pentru a calcula $\int_a^b f(u(x))\, u'(x)\, dx$ se notează $y \overset{not}{=} u(x)$ deci $dy = u'(x)\, dx$ şi are loc

$$\int_a^b f(u(x))\, u'(x)\, dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(y)\, dy = F(y)\Big|_{u(a)}^{u(b)} = F(u(b)) - F(u(a)).$$

Lucian Maticiuc