Facultatea de Matematică,
Calcul Integral
Parţial, 16.11.2016

1. (2p) Să se studieze natura integralelor:

$$(a)\quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2+2x-3}}\,dx\,, \qquad (b)\quad \int_0^{\infty} e^{\sin x}\,\frac{\sin 2x}{x}\,dx\,.$$

2. (1p) Să se calculeze:

$$\int_0^{\infty} \frac{\pi\cos(ax) - a\cos(\pi x)}{x^2}\,dx\,, \quad \text{unde } a \in (0,\pi).$$

3. (1.5p) Studiaţi convergenţa integralei

$$I(\alpha) := \int_0^{\infty} e^{-kx}\,\frac{\sin(\alpha x)}{x}\,dx\,, \quad \text{unde } \alpha \geq 0, k > 0.$$

   Apoi să se calculeze această integrală, derivând în raport cu parametrul. Obţineţi si valoarea integralei

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x}\,dx\,.$$

4. (1.5p) Să se calculeze următoarea integrală:

$$I = \int_{(C)} x^2 ds\,,$$

   unde $(C): x = \frac{a}{\sqrt{2}}\,\sin\varphi, \quad y = \frac{a}{\sqrt{2}}\,\sin\varphi, \quad z = a\,\cos\varphi$, unde $\varphi \in [0,\pi]\,.$

5. (1.5p) Să se calculeze următoarea integrală constatând în prealabil că este independentă de drum:

$$\int_{(\widehat{AB})} \frac{ydx + xdy}{1 + x^2y^2}\,,$$

   unde $(\widehat{AB})$ este arcul de curbă ce uneşte punctul $A(-1,1)$ cu $B(3,1/3)\,.$

6. (1.5p) Să se calculeze următoarea integrală făcând o schimbare de variabilă convenabilă:

$$\iint_D \left(x^2+y^2\right) dxdy\,,$$

   unde $D: 1 \leq x^2+y^2 \leq 4$ şi $y \geq x, y \geq -x$.

SUCCES !