

I. Rezolvați ecuația diferențială liniară neomogenă cu coeficienți constanți

$$x''(t) - 8x'(t) + 16x(t) = 3t + 2.$$

II. Determinați

$$\iiint_{[0, \frac{1}{2}] \times [0, 1] \times [1, e]} \frac{2^y}{z\sqrt{1+x^2}} dx dy dz$$

III. Fie $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow V_3$, $\vec{F} = (2xyz + 3x)\vec{i} + (x^2z + z^2 + 4y)\vec{j} + (x^2y + 2yz + 5z)\vec{k}$.
Calculați $\text{rot } \vec{F}$ și arătați că \vec{F} este irotational.

IV. Determinați

$$\iiint_V xyz dx dy dz,$$

unde V este domeniul tridimensional definit de

$$V = \{(x, y, z); 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9; 1 \leq z \leq 2\}.$$

V. Cu ajutorul formulei Riemann-Green (sau prin altă metodă), determinați

$$\int_{\Gamma} (2xy - x - y)dx + (2xy + x + y)dy,$$

unde Γ este cercul de centru $O(0, 0)$ și rază 3, orientat pozitiv.

Punctaj: I:2p II:1p III:1.5p IV:2.25p V:2.25p +1p din oficiu