

# Seminar 11

## Integrala curbilinie în $\mathbb{C}$

1) Calculați integralele  $\int_{\gamma} z dz$  și  $\int_{\gamma} \sqrt{z} dz$ , unde  $\gamma$  este cercul unitate și pentru radical se alege ramura principală.

2) Să se calculeze  $\int_{\gamma} \frac{1}{z-a} dz$ , unde  $\gamma : |z-a| = r$ .

3) Determinați valoarea integralei  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$ , unde  $\gamma$  este pătratul cu vârfurile  $1+i, 1-i, -1+i, -1-i$ .

4) Să se calculeze  $I = \int_{\gamma} (x^2 + iy) dz$  pe curba  $\gamma$  ce unește punctele  $0$  și  $1+i$ , în următoarele cazuri: a)  $y = x$ ; b)  $y = x^2$ ; c)  $y = x^3$ . Să se explice rezultatul.

5) Să se calculeze  $I = \int_T \frac{\sin z}{(z+i)(z^2+2iz-2)} dz$ , unde  $T$  este triunghiul cu vârfurile  $-1, 1, i$ .

6) Calculați integrala  $I = \int_{\gamma} \frac{z-1}{z+3} dz$  pe următoarele curbe: a)  $\gamma : |z-1| = 1$ ; b)  $\gamma : |z| = 4$ ; c)  $\gamma : |z| = 3$ ; d)  $\gamma : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

7)  $I = \int_{\gamma} \frac{z^2}{(z+2)(z-3)} dz$ , unde curba  $\gamma$  este dată de: a)  $\gamma : |z-1| = 1$ ; b)  $\gamma : |z+1| = 3$ ; c)  $\gamma : |z+1| = 1$ ; d)  $|z-2| = 5$ .

8) Se dă curba simplă închisă  $\gamma$ , ce conține în interiorul său punctele  $-1, 0, 1$ . Să se determine valoarea integralei  $I = \int_{\gamma} \frac{dz}{z(z^2-1)}$ .

9) Calculați  $I = \int_{|z|=R} \frac{ze^{i(\pi/2)z}}{z-1} dz$ , unde  $R > 0$  este dat.

10) Să se calculeze integrala  $I = \int_{\gamma} \frac{e^{iz}}{z^2 - \pi^2} dz$  pe următoarele curbe  $\gamma$ :

a)  $|z| = R < \pi$ ; b)  $|z - \pi| = \pi/2$ ; c)  $|z| = R > \pi$ ; d)  $|z| = \pi$ .

11) Calculați  $I = \int_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2(z^2-9)} dz$ ;  $J = \int_{|z|=2} \frac{\sin z}{(z-1)^3} dz$ ;  $K = \int_{|z|=3} \frac{z+3}{(z+2)^2 z} dz$ ;

$L = \int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z(z+3)^7} dz$ .