

Seminar 13

Calculul unor integrale complexe cu Teorema reziduurilor

Folosind Teorema reziduurilor sau a semireziduurilor, calculați următoarele integrale complexe:

- 1) $\int_{|z|=2} \frac{dz}{1+z^2}$; 2) $\int_{|z|=2} \frac{z+1}{(z+1)(z-2)} dz$; 3) $\int_{|z|=3} \frac{z+4}{z^2(z-3)} dz$; 4) $\int_{|z|=5} \frac{z-2}{z(z+1)^3} dz$;
- 5) $\int_{|z|=2} \frac{\cos \frac{1}{z}}{(z-1)(z-2)} dz$; 6) $\int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^2(z+3)} dz$;
- 7) $\int_{|z|=r} \frac{e^{iz}}{z^2(1+z)} dz$; 8) $\int_{|z|=r} \frac{e^{1/z}}{1-z} dz$; 9) $\int_{|z|=r} \frac{1}{z \sin z} dz$; 10) $\int_{|z|=r} \frac{(\cos z) - 1}{z(z+1)} dz$.
- 11) $I = \int_E \frac{z^{13}}{(z-2)^2(z+1)} dz$, unde E are ecuația $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$.
- 12) $I = \int_E \frac{1 + \sin(\pi/z)}{z(1+z)} dz$, unde $E : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Discuție după a .
- 13) Calculați integrala $I = \int_\gamma \frac{dz}{z^3(1+z^2)}$, unde $\gamma : |z| = R$ ($R > 0$ este dat).
- 14) Calculați integrala $I = \int_\gamma \frac{dz}{(z+1)^2(z+2)(z^2+1)}$, unde γ este triunghiul cu vârfurile $(-2, 0)$, $(0, 2)$, $(0, -2)$.
- 15) Calculați $I = \int_\gamma \frac{1}{z(z^2+a^2)^2} dz$, unde $\gamma : |z| = R$ ($R > a > 0$).
- 16) $I = I = \int_\gamma \frac{1}{(z+1)^2(z^2+4)^2} dz$, unde $\gamma : |z+1-i| = 2$.
- 17) Să se calculeze integrala $I = \int_\gamma \frac{\sin z}{z^2(z^4+1)} dz$, unde $\gamma : |z| = 2$.