

5. Integrale duble

Să se calculeze integralele duble pe mulțimile indicate:

1. $\iint_D \frac{x^2 dx dy}{1 + y^2}$, unde D este dreptunghiul de laturi $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$.
2. $\iint_D (x^2 + y) dx dy$, D fiind domeniul limitat de $y = x^2$, $y^2 = x$.
3. $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, unde D este domeniul limitat de $y = \frac{1}{x}$, $y = x$, $x \in [1, 2]$.
4. $\iint_D \frac{x dx dy}{x^2 + y^2}$, unde D este domeniul limitat de $y = x$, $y = \frac{x^2}{a}$ ($a > 0$).
5. $\iint_D \sqrt{4x^2 - y^2} dx dy$, D este domeniul limitat de $y = x$, $y = 0$, $x = 1$.
6. $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$, unde D este domeniul limitat de $x = 1$, $y = 0$, $x - y = a$, cu $0 < a < 1$.
7. $\iint_D (x - y) dx dy$, unde D este domeniul limitat de $y = -1$, $y = 1$, $y = x + 1$, $x = y^2$.
8. $\iint_D \text{sign}(x^2 - y^2 + 2) dx dy$, unde D este discul $x^2 + y^2 \leq 4$ (de centru O , $r = 2$).
9. $\iint_D (x^2 + y^2 - 4x - 4y + 10) dx dy$,
 $D = \{(x, y) : x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 13 \leq 0\}$.
10. $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{3}}}$, unde D este domeniul mărginit de curba
 $\left(x^2 + \frac{y^2}{3}\right)^2 = x^2 y$.
11. $\iint_D x dx dy$, $D = \{(x, y) \mid 1 \leq xy \leq 2, 1 \leq \frac{y}{x} \leq 2, x > 0\}$.
12. $\iint_D \sqrt{\frac{1 - x^2 - y^2}{1 + x^2 + y^2}} dx dy$, $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.
13. $\iint_D \frac{dx dy}{(1 + x^2 + y^2)^2}$, D este interiorul parabolei $y^2 = 2x$.

14. $\iint_D e^{-\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)} dx dy, D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \geq 1 \right\}$.
15. Să se calculeze integralele duble, în caz de existență:
 $\iint_D \ln(x+y) dx dy, D : 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$.
16. $\iint_D \sqrt{xy} dx dy, D : y \geq x^3, y \leq x^2, x \geq 0$.
17. $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy, D : x^2 + y^2 \leq a^2, a > 0$.
18. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, D : x^2 + y^2 \leq 4$.
19. $\iint_D (1-y) dx dy, D : x^2 + (y-1)^2 \leq 1, y \leq x^2, x \geq 0$.