

6. Ecuații diferențiale rezolvabile prin cuadraturi

Să se afle soluția generală $x = x(t)$ a următoarelor ecuații diferențiale:

- 1) $x' = 2t(1 + x^2)$;
- 2) $(t^2 - 1)x' + 2tx^2 = 0$;
- 3) $txdt + (2t - 1)dx = 0$;
- 4) $x' = (x - t)^2 + 1$;
- 5) $xx' = e^t$;
- 6) $(x^2 - tx^2)x' + (t^2 + xt^2) = 0$.

Să se rezolve problemele Cauchy:

- 7) $\begin{cases} x' = 1 + x^2 \\ x(0) = 1 \end{cases}$;
- 8) $\begin{cases} xx' + (1 + x^2)\sin t = 0 \\ x(0) = 1. \end{cases}$

- 9) Să se rezolve problema la limită $\begin{cases} x' = \frac{2}{t^3 \sin x} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \pi/2 \end{cases}$.

Să se afle soluția generală $x = x(t)$ a ecuațiilor diferențiale:

- 10) $tx' = x - te^{x/t}$, $t \neq 0$;
- 11) $2t^2x' = t^2 + x^2$;
- 12) $tx' - x = (t + x) \ln \frac{t + x}{t}$;
- 13) $tx' = x + \sqrt{x^2 - t^2}$;
- 14) $x' = \frac{2t - x}{t + 2x - 5}$;
- 15) $x' = 2 \left(\frac{x + 2}{x + t - 1} \right)^2$;
- 16) $(x + t - 2)dt + (t - x + 4)dx = 0$.

Să se afle soluția generală $x = x(t)$ a ecuațiilor diferențiale:

- 17) $x' + x \cdot t \operatorname{tg} t = \frac{1}{\cos t}$, $\cos t \neq 0$;
- 18) $x' + 2tx = 2te^{-t^2}$;
- 19) $tx' = 2x + t^3 \cos t$;

20) $(\sin^2 x + t \cdot \operatorname{ctg} x) x' = 1;$

21) $(2e^x - t) x' = 1;$

22) $\frac{dx}{dt} + 3x = e^{2t};$

23) $\frac{dx}{dt} - \frac{tx}{t^2 - 1} - t = 0;$

24) $t \frac{dx}{dt} - x = t^2 - 2t + 3.$

25) Arătați că ecuația diferențială $tx' = (2t^2 + 1)x + t^2$ are o singură soluție ce admite limită finită pentru $t \rightarrow \infty$.

Să se rezolve următoarele ecuații diferențiale:

26) $(8tx - 5x^2) dt + (4t^2 - 10tx) dx = 0;$

27) $x(e^{tx} - 4t) dt + t(e^{tx} - 2t) dx = 0;$

28) $\left(\frac{t}{\sqrt{t^2 + x^2}} + \frac{1}{t} + \frac{1}{x}\right) dt + \left(\frac{x}{\sqrt{t^2 + x^2}} + \frac{1}{x} - \frac{t}{x^2}\right) dx = 0;$

29) $\left(\frac{1}{t^2} - x\right) dt + (x - t) dx = 0;$

30) $e^t(t \sin x + x \cos x) dt + e^t(t \cos x - x \sin x) dx = 0;$

31) $\frac{2x}{t} dt + (\ln x + 2 \ln t - 1) dx = 0;$

32) $(2t - 3x) dt + \left(\frac{7}{x^2} - 3t\right) dx = 0.$