

Automatică și Calculatoare, Statistică și Prelucrarea Datelor  
SEMINAR 4, semestrul II, 2016–2017

## 1 Variabile aleatoare continue

**Problema 1.1** Fie variabila aleatoare  $X$  a cărei funcție de repartiție este de forma

$$F(x) = a + b \operatorname{arctg} \frac{x}{2}, x \in \mathbb{R}.$$

Să se determine constantele  $a$  și  $b$  astfel ca  $F$  să fie o funcție de repartiție.

**Problema 1.2** Densitatea de repartiție a variabilei aleatoare  $X$  este de forma

$$f(x) = \frac{a}{1+x^2}, x \in \mathbb{R}.$$

Să se determine coeficientul  $a$  și funcția de repartiție a variabilei  $X$ .

**Problema 1.3** Densitatea de repartiție a variabilei aleatoare  $X$  este

$$f(x) = \begin{cases} a, & \text{dacă } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{dacă } |x| > 1. \end{cases}$$

Găsiți media și dispersia acestei variabile aleatoare.

**Problema 1.4** Densitatea de repartiție a variabilei aleatoare  $X$  este

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{pentru } x \in (-\infty, 0] \cup [1, \infty) \\ ax, & \text{pentru } x \in (0, 1). \end{cases}$$

Determinați  $M[X]$  și  $D[X]$ .

**Problema 1.5** Durata de viață a unui tub electronic este o variabilă aleatoare  $X$  continuă cu densitatea  $f(x) = be^{-bx}$ ,  $b > 0$ . Să se determine  $P(k \leq X \leq k+1)$ .

**Problema 1.6** Variabila aleatoare  $X$  are funcția de repartiție:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq x_0 \\ 1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^4, & x > x_0. \end{cases}$$

Să se găsească densitatea de repartiție, media, dispersia și mediana.

**Problema 1.7** Se da functia:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x < 0 \\ \frac{1}{a} \sin x, & \text{dacă } x \in [0, \pi] \\ 0, & \text{dacă } x > \pi. \end{cases}$$

(i) Să se determine  $a$  astfel încat  $f$  să fie densitatea de repartiție a unei variabile aleatoare  $X$ , si să se determine functia de repartiție a acestei variabile aleatoare.

(ii) Care este probabilitatea ca variabila aleatoare  $X$  sa ia valori în intervalul  $(0, \frac{\pi}{4})$ ?

**Problema 1.8** Fie functia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{2n} \sin \frac{\pi x}{n}, & \text{dacă } x \in [0, n] \\ 0, & \text{dacă } x > n. \end{cases}$$

(i) Să se determine  $A$  astfel încat  $f$  să fie o densitate de repartiție.

(ii) Daca  $X$  este o variabilă care are ca densitate de repartiție functia  $f$ , să se arate că

$$P(0 \leq X \leq b) = P(n - b \leq X \leq n), \quad \forall b \in [0, n].$$

**Problema 1.9** Fie functia

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{dacă } x \in [-1, 1] \\ 0, & \text{în rest.} \end{cases}$$

(i) Să se determine  $k$  astfel încat  $f$  să fie o densitate de repartiție.

(ii) Fie  $X$  variabila aleatoare continuă cu densitatea de repartiție  $f$  (cu  $k$  determinat la (i)).

Să se gaseasca functia sa de repartiție, media si dispersia.

(iii) Să se afle probabilitatea ca  $X$  sa aibă valori cuprinse între 0.5 si 2.

**Problema 1.10** Presupunem că durata de viata a unui individ este o variabila aleatoare continua  $X$  cu densitatea de repartiție

$$f(x) = \begin{cases} kx(100 - x), & \text{dacă } x \in [0, 100] \\ 0, & \text{în rest.} \end{cases}$$

(i) Să se determine  $k$ .

(ii) Să se găsească funcția de repartiție a variabilei aleatoare  $X$ , media si dispersia.

(iii) Să se afle probabilitatea ca un individ sa traiasca cel puțin 80 de ani.

**Problema 1.11** Fie funcția

$$f(x) = \begin{cases} k^2 x e^{-kx}, & \text{dacă } x \geq 0, \\ 0, & \text{dacă } x < 0. \end{cases}$$

(i) Să se verifice ca  $f$  este o densitate de repartiție pentru orice  $k > 0$ .

(ii) Fie  $X$  variabila aleatoare continua cu densitatea de repartiție  $f$ . Să se găseasca funcția sa de repartiție, media si dispersia.

(iii) Presupunem ca  $M[X] = 20$ . Să se calculeze  $k$ .

**Problema 1.12** Fie funcția

$$f(x) = \begin{cases} k \cos x, & \text{dacă } x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ 0, & \text{în rest.} \end{cases}$$

(i) Să se determine  $k$  astfel încat  $f$  să fie o densitate de repartiție.

(ii) Fie  $X$  variabila aleatoare continuă cu densitatea de repartiție  $f$  (cu  $k$  determinat la (i)).

Să se găsească funcția sa de repartiție, media și dispersia.

(iii) Să se afle probabilitatea ca  $X$  să aibă valori cuprinse între  $\frac{\pi}{4}$  și  $n$ .