

I. Rezolvați ecuația diferențială liniară neomogenă cu coeficienți constanți

$$x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = 12e^{4t}.$$

II. Precizați mulțimea de convergență a seriei de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 4^n} x^n$$

III. Determinați

$$\int_0^1 \frac{e^x}{(e^x + 3)(e^x + 4)} dx.$$

IV. Determinați

$$\iint_D x dx dy,$$

unde D este domeniul limitat de parabola $y = x^2$ și de dreapta $y = 3x + 4$.

V. Determinați

$$\iiint_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

unde V este domeniul tridimensional definit de

$$V = \{(x, y, z); 9 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 16; z \geq 0\}.$$

Punctaj: **I:**1.75p **II:**1.75p **III:**1.25p **IV:**2p **V:**2.25p +1p din oficiu

I. Rezolvați ecuația diferențială liniară neomogenă cu coeficienți constanți

$$x''(t) - 5x'(t) + 6x(t) = t + 1.$$

II. Determinați

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin x(1 + \sin x)} dx.$$

III. Determinați

$$\int_{\Gamma} (xy - z^2) ds,$$

unde Γ este curba dată parametric prin
$$\begin{cases} x(t) = a \sin t \\ y(t) = a \cos t \\ z(t) = bt \end{cases}, t \in [0, \pi], a, b > 0.$$

IV. Determinați

$$\iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy,$$

unde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x, y \geq 0\}$.

V. Determinați

$$\iiint_V xz dx dy dz,$$

unde V este domeniul tridimensional definit de

$$V = \{(x, y, z); 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9; 0 \leq z \leq 2\}.$$

Punctaj: **I:**1.75p **II:**1.25p **III:**1.75p **IV:**2p **V:**2.25p +1p din oficiu

I. Rezolvați ecuația diferențială liniară neomogenă cu coeficienți constanți

$$x''(t) - 4x''(t) + 4x(t) = 2t + 3.$$

II. Studiați convergența integralelor

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^3 + 1} dx, \quad I_2 = \int_1^2 \frac{x}{(x-1)^2} dx.$$

III. Fie $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow V_3$, $\vec{F} = (yz + 4z)\vec{i} + (xz + 4y)\vec{j} + (xy + 4x)\vec{k}$. Calculați rot \vec{F} și arătați că \vec{F} este irotațional.

IV. Determinați

$$\iint_D (x + y^2) dx dy,$$

unde D este domeniul limitat de parabolele $y = x^2$ și $y^2 = x$.

V. Cu ajutorul formulei Riemann-Green (sau prin altă metodă), determinați

$$\int_{\Gamma} (x^4 - 3xy^3) dx + (3x^2y^2 - y^4) dy,$$

unde Γ este cercul de centru $O(0,0)$ și rază 2, orientat pozitiv.

Punctaj: **I:**1.75p **II:**1.5p **III:**1.25p **IV:**2.25p **V:**2.25p +1p din oficiu