MODEL I

I. Rezolvaţi ecuaţia diferenţială liniară cu coeficienţi constanţi neomogenă

$$x''(t) - 4x(t) = e^{2t}.$$

II. Determinaţi

$$\mathbf{a}. \int \frac{1}{x^2+4x+3}dx \qquad \mathbf{b}. \int \frac{\ln x}{(1+\ln x)x}dx.$$

III. Precizaţi mulţimea de convergenţă a seriei de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2^n+3^n}x^n$. Este seria $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2^n+3^n}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ convergentă, sau divergentă?

Punctaj: **I**:3p, **II**:3p(1.5+1.5), **III**:3p, 1p din oficiu

MODEL II

I. Rezolvaţi ecuaţia diferenţială liniară cu coeficienţi constanţi neomogenă

$$x''(t) + 9x(t) = 36e^{3t}.$$

II. Precizaţi punctele de extrem ale funcţiei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$$

şi natura acestora.

III. Determinaţi

$$\mathbf{a}. \int \frac{1}{x^2+3x+2}dx \qquad \mathbf{b}. \int x^2e^{3x}dx.$$

Punctaj: **I**:3p, **II**:3p, **III**:3p(1.5+1.5), 1p din oficiu

MODEL III

I. Fie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2y^3 + x^3y^2$. Calculaţi $\frac{df}{d\vec{v}}$, unde $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$. Creşte f într-o vecinătate a lui $M(1,3)$ după direcţia lui $\vec{v}$, sau scade după această direcţie?

II. Rezolvaţi ecuaţia diferenţială omogenă cu coeficienţi constanţi

$$x''(t) - 6x'(t) + 8x(t) = 0$$

fiind date condiţiile iniţiale $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$.

III. Determinaţi

$$\mathbf{a}. \int \frac{1}{\sqrt{x^2+6x+10}}dx \qquad \mathbf{b}. \int \frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)}dx \qquad \mathbf{c}. \int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt[3]{x+1}}.$$

Punctaj: **I**:2p, **II**:2.5p, **III**:4.5p(1.5+1.5+1.5), 1p din oficiu