

I. Fie $f, g : D \subset \mathbb{R}^2, f(x, y) = \frac{3x^2+4y^2}{2x^2+5y^2}, g(x, y) = e^{x^2y+x \cos y}$. Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}$.

II. Fie seria de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n + 5^n}$.

a) Determinați raza de convergență, intervalul de convergență și mulțimea de convergență.

b) Este seria $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^n}{2^n + 5^n}$ convergentă, sau divergentă?

III. Determinați

$$\int \frac{x}{x^2 - 6x + 8} dx.$$

IV. a) Determinați

$$\iint_{[0,1] \times [0,2]} \frac{3^y}{\sqrt{1+x^2}} dx dy.$$

b) Determinați

$$\iint_D x dx dy,$$

unde D este domeniul mărginit de parabolele $(P_1) : 8y = x^2$ și $(P_2) : y^2 = x$.

V. Demonstrați că valoarea integralei

$$\int_{\widehat{AB}} 3x^2 y dx + x^3 dy$$

nu depinde de arcul \widehat{AB} care unește $A(1, 1)$ cu $B(2, 3)$ și calculați această valoare.

Punctaj: I:1.5p (0.75+0.75) II:2p (1.5+0.5) III:1p IV:2.75p (0.75+2) V:1.75p +1p din oficiu.

Timp de lucru:1h 45min