

Contract PN-II-RU-TE-2014-4-0004

Nr. 272/01.10.2015

Subvarietăți de curbură medie constantă și subvarietăți biarmonice

Director de proiect: Conf. Dr. Dorel Fetcu

Raport științific 2016

Pe parcursul celui de-al doilea an al proiectului membrii echipei de cercetare au continuat activitățile din cadrul creionat de obiectivele propuse.

Articole

Un articol elaborat în acest an, abordând subiecte din cadrul obiectivelor **O1. Studiul subvarietăților de curbură medie paralelă** și **O2. Studiul subvarietăților biarmonice și biconservative în unele spații 3-dimensionale**, este

- E. Loubeau and C. Oniciuc, ***Constant mean curvature proper-biharmonic surfaces of constant Gaussian curvature in spheres***, J. Math. Soc. Japan 68 (2016), 997–1024.

În acest articol sunt studiate suprafețele de curbură medie constantă (CMC) în sferă (un caz mai general decât cel al suprafețelor de curbură medie paralelă) cu ipoteza suplimentară că acestea sunt și biarmonice. Folosind o clasificare a suprafețelor de tip finit în sfere datorată lui Myata, autorii obțin o descriere completă a acestor imersii și arată că pentru orice număr real dat h între 0 și 1 există plane și cilindri CMC propriu-biarmonici în sfera euclidiană de dimensiune 5 având curbura medie egală cu h . De asemeni este determinată condiția necesară și suficientă pe care trebuie să o verifice numărul h pentru a exista toruri CMC propriu-biarmonice de curbură medie h în această sferă. Lucrarea se încheie cu câteva rezultate prind suprafețele CMC plate imersate într-o sferă de dimensiune arbitrară.

Am continuat, dintr-o nouă perspectivă, acest studiu în articolul

- D. Fetcu, E. Loubeau, and C. Oniciuc, ***Biharmonic tori in spheres***, preprint 2016,

unde este considerat cazul torurilor propriu-biarmonice de curbură medie constantă în sferă. Propunem aici o abordare diferită de cea din articolul precedent, plecând de la întrebarea când un tor dat admite o imersie CMC propriu-biarmonică într-o sferă euclidiană. Dezvoltăm acest studiu în cazul a două familii de toruri: toruri rectangulare cu o latură de lungime egală cu 1 și toruri pătrate. În primul caz determinăm expresiile tuturor acestor toruri rectangulare care admit imersii CMC propriu-biarmonice într-o sferă n -dimensională, ca și imersiile respective. Se demonstrează că singurele dimensiuni posibile

pentru spațiul ambient sunt 5 și 7. Cazul torurilor pătrate este mai flexibil deoarece se demonstrează că există exemple de imersii CMC propriu-biarmonice a unor astfel de toruri în sfere având orice dimensiune impară mai mare sau egală cu 5.

O altă direcție de cercetare urmată de unul din membrii echipei este legată de obiectivul **O6**. *Studiul curbelor magnetice în spații produs*. În urma unui astfel de studiu a apărut articolul

- S. L. Druță-Romaniuc, J. I. Inoguchi, M. Munteanu, and A. I. Nistor, *Magnetic curves in cosymplectic manifolds*, Rep. Math. Phys. 78 (2016), 33 – 48.

În acest articol sunt clasificate traiectoriile magnetice în raport cu câmpurile magnetice de contact în varietăți cosimplete de dimensiune arbitrară. Este de asemeni obținută clasificarea curbelor magnetice Killing în spații produs $M \times R$, unde M este o varietate riemanniană arbitrară bidimensională, precum și o teoremă de reducere pentru curbele magnetice în formele spațiale cosimplete de tip $M(k) \times R$, unde $M(k)$ este o formă spațială complexă de curbura secțională olomorfa constantă k . Mai exact, se demonstrează că o astfel de curbă stă într-un spațiu 3-dimensional $M(k) \times R$, aici $M(k)$ având dimensiunea reală egală cu 2.

Rezultate legate de obiectivul **O5**. *Studiul aplicațiilor biarmonice echivariante* au fost obținute în articolul

- S. Montaldo, C. Oniciuc, and A. Ratto, *Reduction methods for the bienergy*, Rev. Roumaine Math. Pures Appl., va apărea.

Aici sunt dezvoltate unele idei introduse într-o lucrare din 2013 a primului și a celui de-al treilea autor. Studiul se concentrează pe metodele de reducere pentru bienergie. Aceste tehnici se dovedesc a fi foarte folositoare în obținerea de exemple de puncte critice ale bienergiei prin reducerea ecuației biarmonice (PDE de ordinul 4) la o ODE. În particular, sunt studiate difeomorfismele conforme biarmonice rotational simetrice între modele. Metoda de reducere este apoi aplicată pentru a studia o clasă amplă de imersii G -invariante în spațiul euclidian. Spre deosebire de cazul aplicațiilor armonice și, în particular, cel al imersiilor minimale, care a inspirat acest tip de studii, folosirea tehnicilor de reducere în studiul biarmonicității nu este încă foarte dezvoltat dar exemplele găsite în această lucrare sugerează că aceste metode pot fi folosite cu succes și în această situație.

Unul dintre doctoranzii care fac parte din echipa de cercetare, Simona Nistor, a adus o contribuție importantă la atingerea țintelor apărute în cadrul obiectivului **O2**. *Studiul subvarietăților biarmonice și biconservative în unele spații 3-dimensionale*, prin articolul

- S. Nistor, *Complete biconservative surfaces in R^3 and S^3* , J. Geom. Phys. 110 (2016), 130 – 153.

Articolul studiază suprafețele biconservative complete în spațiul euclidian 3-dimensional și în sfera euclidiană de dimensiune 3. Suprafețele biconservative în forme spațiale 3-dimensionale sunt caracterizate de faptul că gradientul funcției curbura medie este un vector propriu a operatorului formă, iar autoarea studiază proprietățile locale și globale ale acestor suprafețe având funcția curbura medie

nonconstantă. Sunt determinate suprafețele riemanniene complete și simplu conexe care admit imersii biconservative în R^3 și S^3 , în timp ce aceste imersii sunt descrise explicit.

Mobilități

Între 2 și 4 iunie 2016 Cezar Oniciuc a participat la conferința "International Workshop on Theory of Submanifolds" organizată la Istanbul, Turcia, de Istanbul Technical University. Ca speaker invitat el a susținut prezentarea "*Biconservative Surfaces*" și a fost chairperson pentru una din sesiunile din cadrul conferinței.

Între 3 și 8 iunie 2016, Dorel Fetcu a participat la "The XVIII-th International Conference Geometry, Integrability and Quantization" în Varna, Bulgaria. El a susținut prezentarea plenară cu titlul "*Biharmonic Surfaces with Parallel Mean Curvature in Complex Space Forms*" și a fost numit chairperson pentru una din sesiuni.

Dorel Fetcu, Simona Nistor și Cezar Oniciuc au participat la conferința "Differential Geometry and Its Applications" organizată în Brno, Cehia, de Masaryk University, între 11 și 15 iulie 2016. Dorel Fetcu a susținut prezentarea "*On Biconservative Surfaces*", iar Simona Nistor posterul "*Global Properties of Biconservative Surfaces*".

La invitația lui Eric Loubeau, Simona Nistor și Cezar Oniciuc au petrecut o săptămână, între 29 octombrie și 5 noiembrie 2016, în cadrul Departamentului de Matematică al UBO (University of Western Brittany) din Brest, Franța. Aici, împreună cu gazda lor, au lucrat la unele proiecte deja începute (cum ar fi articolul scris de Fetcu, Loubeau și Oniciuc menționat mai sus) și au început și unele noi legate de asemeni de proiectul de față.

Articole publicate în reviste cotate ISI

1. E. Loubeau and C. Oniciuc, *Constant mean curvature proper-biharmonic surfaces of constant Gaussian curvature in spheres*, J. Math. Soc. Japan 68 (2016), 997–1024.
2. S. L. Druță-Romaniuc, J. I. Inoguchi, M. Munteanu, and A. I. Nistor, *Magnetic curves in cosymplectic manifolds*, Rep. Math. Phys. 78 (2016), 33 – 48.
3. S. Nistor, *Complete biconservative surfaces in R^3 and S^3* , J. Geom. Phys. 110 (2016), 130 – 153

Articole acceptate pentru publicare

1. S. Montaldo, C. Oniciuc, and A. Ratto, *Reduction methods for the bienergy*, Rev. Roumaine Math. Pures Appl., va apărea.

Preprinturi

1. D. Fetcu, E. Loubeau, and C. Oniciuc, *Biharmonic tori in spheres*, preprint 2016.

Director de proiect,
Conf. Dr. Dorel Fetcu