

Automatică și Calculatoare, Statistică și Prelucrarea Datelor
SEMINAR 1, semestrul II, 2016–2017

1 Experiență. Evenimente aleatoare. Spațiu de selecție

Problema 1.1 *Se aruncă două monede și se consideră evenimentele:*

E_1 : pe prima monedă apare stema E_6 : valoarea apare cel puțin o dată
 E_2 : pe prima monedă apare valoarea E_7 : apare o stema și o valoare
 E_3 : pe a doua monedă apare stema E_8 : stema nu apare niciodată
 E_4 : pe a doua monedă apare valoarea E_9 : stema apare de două ori
 E_5 : stema apare cel puțin o dată

Construiți evenimentele: $E_1 \cup E_2$, $E_1 \cap E_3$, $E_5 \cap E_6$, $E_7 \cup E_5$, $E_2 \cap E_4$, $E_5 \cup E_9$.

Problema 1.2 *Dintr-o urnă care conține bile albe și negre se extrag trei bile. Considerăm evenimentele: A_1 : prima bilă extrasă este albă; A_2 : a doua bilă extrasă este albă; A_3 : a treia bilă extrasă este albă. Să se exprime în funcție de A_1 , A_2 , A_3 evenimentele:*

B_1 : toate cele trei bile extrase sunt albe B_3 : cel puțin o bilă extrasă este albă
 B_2 : primele două bile extrase sunt albe B_4 : numai a treia bilă extrasă este albă.

Problema 1.3 *O țintă are zece discuri concentrice de rază r_k ($k = 1, 10$) cu $r_1 < r_2 < \dots < r_{10}$. Evenimentul A_k constă în nimerirea discului de rază r_k . Să se explice ce înseamnă evenimentele:*

$$B = \bigcup_{k=1}^6 A_k, C = \bigcap_{k=1}^{10} A_k, D = \overline{A_1} \cap A_2.$$

Problema 1.4 *Într-un sistem de comunicații se înregistrează trei mesaje succesive, fiecare mesaj putând fi înregistrat corect sau distorsionat. Considerăm evenimentele:*

$A_i = \{\text{mesajul } i \text{ a fost înregistrat corect}\}$ $\overline{A_i} = \{\text{mesajul } i \text{ a fost înregistrat distorsionat}\}$

Să se exprime în funcție de A_i și $\overline{A_i}$ evenimentele:

E_1 : cele trei mesaje au fost înregistrate corect
 E_2 : cele trei mesaje au fost înregistrate distorsionat
 E_3 : cel puțin un mesaj a fost înregistrat corect
 E_4 : cel puțin un mesaj a fost înregistrat distorsionat
 E_5 : nu mai puțin de două mesaje au fost înregistrate corect
 E_6 : nu mai mult de un mesaj a fost înregistrat corect
 E_7 : primul mesaj înregistrat corect în ordinea transmisiei a fost al treilea.

Problema 1.5 *Un muncitor a lucrat n piese. Să notăm cu A_i evenimentul care constă în faptul că cea de-a i -a piesă lucrată este defectă. Să se exprime în funcție de A_i evenimentele: niciuna din piesele lucrate nu este defectă; cel puțin una din piesele lucrate este defectă; doar una din piese este defectă; exact două piese sunt defecte; cel mult două piese sunt defecte.*

Problema 1.6 Fie A, B, C trei evenimente rezultate în urma unei experiențe. Arătați că dacă evenimentele A și B sunt incompatibile, atunci și evenimentele $A \cap C$ și $B \cap C$ sunt incompatibile.

Problema 1.7 Fie A și B evenimente rezultate în urma unei experiențe. Să se arate că $A \cup B$ se descompune într-o reuniune de evenimente incompatibile.

Problema 1.8 Considerăm experiențele și evenimentele care se pot realiza în ele. Să se scrie evenimentele contrare lor.

a) Într-un sistem de comunicații se transmit două mesaje.

Evenimentul: $E = \{\text{cele două mesaje se înregistrează corect}\}$.

b) Se extrage o bilă dintr-o urnă care conține a bile albe, b bile negre și c bile rosii.

Evenimentul: $E = \{\text{bila extrasă este albă}\}$.

c) Într-un sistem de comunicații se transmit cinci mesaje.

Evenimentul: $E = \{\text{nu mai puțin de trei mesaje sunt transmise corect}\}$.

Problema 1.9 Scoaterea din acțiune a unui avion de luptă se produce dacă ambele motore sunt distruse (evenimentele D_1 și D_2) sau dacă a fost lovită cabina pilotului (evenimentul L). În avionul de luptă s-a tras cu un tun antiaerian. Fie evenimentul A care constă în scoaterea din acțiune a avionului de luptă. Să se scrie un spațiu de selecție asociat experienței. Să se scrie evenimentul A în funcție de evenimentele D_1, D_2 și L și în funcție de evenimentele elementare.

Problema 1.10 Dintr-un pachet de 52 de cărți de joc se scoate la întâmplare una. În funcție de a) culoarea, b) seria, c) valoarea cărții scoase la întâmplare și d) ansamblul cărților să se scrie spațiile de selecție.

Problema 1.11 Să se scrie spațiile de selecție ale următoarelor experiențe: a) se aruncă o monedă de trei ori; b) se aruncă simultan o monedă și un zar; c) două obiecte distincte a și b se plasează în două urne A și B ; d) o clasă de 25 de elevi alege doi reprezentanți pentru un comitet; e) se aruncă o moneda până când se obține de două ori stema sau de două ori valoarea succesiv; f) se aruncă pe o suprafață plană un poliedru cu k fețe și el cade pe una din fețe.

Problema 1.12 Se aruncă trei zaruri. Se cere: a) să se scrie evenimentele A : s-a obținut pe primul și al treilea zar cifra 1 și B : suma punctelor obținute pe cele trei zaruri este mai mică decât 4. b) să se găsească $A \cap B$.

Problema 1.13 Să se arate că:

$$a) \sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n; \quad b) \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0 \quad c) \sum_{k=0}^n k C_n^k = n 2^{n-1} \quad d) C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$$

Problema 1.14 Un spațiu de selecție \mathcal{A} are n puncte.

a) Să determine numărul evenimentelor distincte constând din k puncte de selecție.

b) Să se determine numărul tuturor evenimentelor asociate spațiului de selecție \mathcal{A} ($\text{card } P(\mathcal{A}) = ?$)

c) Presupunem că A este un eveniment format din k puncte ale spațiului de selecție. Să se arate că există 2^{n-k} evenimente distincte ce îl conțin pe A .

Problema 1.15 Care este numărul situațiilor care apar aruncând două zaruri?

Problema 1.16 *În câte moduri este posibil să facem un steag tricolor dacă avem la dispoziție pânză de steag de cinci culori diferite ?*

Problema 1.17 *Pentru un joc, cinci fete și trei băieți trebuie să formeze două echipe de câte patru persoane. În câte moduri se pot forma echipele ?*